

ТУРАРОВ АМАНКЕЛЬДЫ КАБДЫГАЛИЕВИЧ

«ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ МНОГОФАЗНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГАЗЛИФТНОГО ПРОЦЕССА»

АННОТАЦИЯ

Диссертации, представленной на соискание степени доктора философии (Phd) по образовательной программе 8D05401 – «Математика»

Общая характеристика работы. Диссертационная работа посвящена построению и исследованию численного решения многофазной динамической модели газлифтного процесса. Рассматриваются прямая и обратная задачи, описываемые одномерными уравнениями Навье–Стокса для сжимаемого газа. Также разработаны и проанализированы численные методы для двумерного случая течения жидкости в осесимметричной области, что позволяет учитывать сложную геометрию и пространственное распределение параметров в реальных условиях эксплуатации скважин.

Актуальность исследования. Газлифтный процесс широко применяется в нефтедобыче как эффективный способ увеличения нефтеотдачи. Однако оптимизация этого процесса, особенно в части управления объемом закачиваемого газа и начальных условий давления, требует построения адекватных математических моделей и численных алгоритмов наиболее эффективным является метод обратных задач. Современные методы решения обратных задач основаны на сведении их к задачам оптимального управления, что позволяет использовать методы вариационного анализа и сопряжённых уравнений. Актуальность данной работы обусловлена необходимостью создания устойчивых и сходящихся численных методов для решения задач такого класса с целью повышения эффективности управления газлифтными скважинами.

Данная диссертационная работа посвящена дальнейшему исследованию уравнений Навье–Стокса сжимаемого газа с разрывными коэффициентами описывающей газлифтный процесс добычи нефти. Для численного решения обратной задачи для этих уравнений применяется вариационный подход. Минимизация целового функционала приводит к сопряженной задаче. Для численного определения начальных условий прямой задачи используется градиентный итерационный метод. Для подтверждения полученных теоретических результатов проведены численные расчеты

Также в диссертационной работе изучается задача протекания вязкой жидкости через L - образную область с заданным давлением $p = p_{\text{вых}}$ на выходе и с нулевой касательной составляющей вектора скорости на входе и выходе (равномерный поток). Рассмотренная задача позволяет определить пластовое давление $p = p_{\text{пл}}$ на входе в эксплуатационную нефтяную скважину и имеет важное прикладное значение. Для решения задачи используется система уравнений Навье–Стокса.

Изучены вопросы корректной постановки граничных нестандартных условий. В пласте и на выходе добывающей скважины поставлены условия на давление и касательную составляющую скорости.

Цель работы - построение и исследование численного метода для решения прямой и обратной задачи для уравнений Навье-Стокса сжимаемого газа описывающие газлифтный процесс добычи нефти. Разработка метода определения пластового давления скважины.

Задачи исследования:

- 1) Построение семейств конечно-разностных схем для решения прямой задачи для уравнений Навье-Стокса.
- 2) Исследование корректности дискретной модели и устойчивость численного решения.
- 3) Формулировка обратной задачи как задача оптимального управления с дополнительным условием.
- 4) Вывод сопряжённой задачи на основе тождества Лагранжа.
- 5) Разработка градиентного метода минимизации функционала.
- 6) Проведение численных экспериментов для восстановления начальных условий и построения кривой производительности газлифтного процесса.
- 7) Разработка численного метода решения уравнений Навье-Стокса с нестандартными граничными условиями.

Объектом исследования является уравнения Навье-Стокса сжимаемого газа описывающий газлифтный процесс добычи нефти.

Предметом исследования является численные методы решения прямых и обратных задач, возникающих при моделировании данного процесса.

Методы исследования. В работе используются численные методы решения обратных задач, вариационное исчисление, теория оптимального управления, численный анализ, а также теория разностных схем уравнений в частных производных. Программная реализация алгоритмов выполнена на языке Python 3.13.2.

Научная новизна.

- 1) Предложена конечно-разностная схема решения сопряжённой ретроспективной задачи, возникающей при минимизации функционала в обратной задаче для уравнений Навье-Стокса, моделирующего газлифтный процесс. Доказана устойчивость и сходимость разностной схемы.
- 2) Разработан численный алгоритм градиентного метода для обратной задачи газлифтного процесса, в которой минимизируется функционал при дополнительных условиях на решение и ее производные при конечном времени. Сопряжённая задача построена по тождеству Лагранжа и содержит ценные сведения о решении прямой задачи.
- 3) Установлена связь между решением сопряжённой задачи и градиентом функционала, что позволило эффективно реализовать метод сопряжённых уравнений в ретроспективной постановке.

4) Проведены численные эксперименты, демонстрирующие возможность восстановления начальных условий (давления и расхода) по известным значениям на конечном временном слое, что подтверждает корректность вариационной постановки обратной задачи.

5) Предложенный метод показал эффективность в определении производственных характеристик газлифтной скважины, что имеет важное прикладное значение при проектировании и управлении режимами эксплуатации нефтяных месторождений.

6) Разработан численный алгоритм определения пластового давления в области со сложной геометрией (L-образной области), основанный на интегрировании преобразовании уравнений Навье–Стокса в переменных «функция тока – вихрь скорости» по контуру. Предложен оригинальный метод вычисления давления на входе по известному давлению на выходе.

Теоретическая и практическая значимость исследования. Результаты диссертационной работы могут быть использованы при разработке автоматизированных систем управления газлифтным процессом, а также при построении кривых производительности и оценке пластового давления. Предложенные численные методы применимы также к более широкому классу задач оптимального управления для уравнений в частных производных.

Основные положения, выносимые на защиту.

- Решение обратной задачи для линейных уравнений Навье-Стокса сжимаемого газа вариационным методом с использованием сопряжённой задачи.

- Алгоритм численной реализации градиентного метода с определением градиента функционала через решение сопряжённой задачи.

- Устойчивые и сходящиеся разностные схемы для линейных уравнений Навье-Стокса сжимаемого газа описывающий газлифтный процесс.

- Метод численного решения задачи для уравнений Навье-Стокса с нестандартными граничными условиями.

- Результаты численных экспериментов, подтверждающие эффективность метода.

Достоверность и обоснованность научных положений, выводов и результатов диссертационной работы. Обоснованность результатов обеспечена строгим математическим выводом уравнений, корректной аппроксимацией, теоретическим анализом устойчивости схем, а также численными экспериментами, проведёнными с контролем точности и сходимости.

Апробация работы. Основные положения и результаты исследований докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях:

- на международной конференции «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики», посвященной 90-летию со дня рождения академика Г.И. Марчука (г. Новосибирск, 19-23 октября 2015 года);

- на V международной конференции «Control and Optimization with Industrial Applications» (г. Баку, Азербайджан, 27-29 августа 2015 года);

- на международной конференции «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании» (г. Алматы, 24-27 сентября 2015 года);

- на первой (9-10 апреля 2015 года) Международной научно-технической конференции студентов, магистрантов и молодых ученых «Творчество молодых инновационному развитию Казахстана» (г. Усть-Каменогорск);

- на международной конференции «International Conference on Mathematical Sciences and Statistics» (г. Куала-Лумпур, Малайзия, 26-28 января 2016 года);

- на международной конференции «Third International Conference on Analysis and Applied Mathematics» (г. Алматы, 7-10 сентября 2016 года);

- на научном семинаре научно-исследовательского института прикладной математики Бакинского государственного университета под руководством академика Ф. А. Алиева (г. Баку, Азербайджан, 12 апреля 2016 года);

- на научных семинарах факультета информационных технологий и бизнеса Восточно-Казахстанского государственного технического университета им. Д. Серикбаева, кафедры математики Восточно-Казахстанского государственного университета им. С. Аманжолова, межвузовском научном семинаре «Математическое моделирование физических и техногенных процессов» под руководством д.ф.-м.н., профессора Н. М. Темирбекова (г. Усть-Каменогорск). Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научнотехнических программ и проектов Комитетом науки МОН РК по теме «Математическое моделирование и оптимизация процессов закачки пара для извлечения тяжелой нефти» (2013-2015 гг.), номер госрегистрации 0113РК00815 (Приложение А).

Кроме того, апробация результатов исследования проводятся в рамках грантового финансирования исследований молодых ученых по проекту «Жас ғалым» на 2024–2026 годы, реализуемого по ИРН АР22683374 на тему: «Численное решение многофазной динамической модели газлифтного процесса».

Публикации и личный вклад соискателя. В совместных работах научному консультанту принадлежит постановка задачи, а соискателю - получение теоретических результатов, проведение и анализ вычислительных экспериментов.

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 12 работах, из них: 2 статьи в журнале, входящем в базу данных Scopus (Процентиль 95 и 65), 4 статья опубликована в журнале, рекомендованном Комитетом по обеспечению качества в сфере науки и высшего образования Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан, 6 работ – в материалах международных научных конференций.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх азделов, заключения, списка литературы и приложений. Диссертация

имеет последовательную и логично организованную структуру. Объём диссертации составляет 131 страниц.

Основное содержание диссертации. В первом разделе рассматриваются теоретические основы постановки задачи для уравнений Навье-Стокса описывающий газлифтный процесс. Описана физика течения газа и газожидкостной смеси в подъемнике и кольцевой пространстве нефтяной скважины. Приведена математическая модель на основе системы уравнений Навье-Стокса для одномерного и двумерного случая. Формулируются прямая и обратная задачи. Обратная задача сведена к задаче оптимального управления с дополнительными условиями, заданными на конечном временном слое. Выведена сопряжённая ретроспективная задача на основе тождества Лагранжа.

Во втором разделе изложены численные методы решения прямой и обратной задач. Построены устойчивые конечно-разностные схемы для прямой задачи, учитывающие особенности дифференциальной задачи и возможные разрывы коэффициентов. Разработан алгоритм численного решения сопряжённой задачи и градиентного метода минимизации функционала. Приведен способ вычисления градиента целевого функционала. Доказывается сходимость итерационного метода, обосновывается корректность вычислений.

В третьем разделе рассмотрена задача численного определения пластового давления на входе в эксплуатационную скважину. Приведена постановка задачи для уравнений Навье-Стокса в переменных «функция тока – вихрь скорости» в двумерной L-образной области. Построены конечно-разностные схемы для решения уравнений Навье-Стокса и расчёта давления на входе по известным значениям функции тока и вихря. Алгоритм численного интегрирования давления на входе, получен интегрированием по контуру. Проведён анализ численных результатов: получены распределения давления и компонент скорости, построены профили давления на входе и выходе. Продемонстрирована эффективность алгоритма при восстановлении пластового давления и определении производственных характеристик нефтяной скважины.